# RETOUR AU PROBLÈME DE LA « TRANSFORMATION DES VALEURS EN PRIX DE PRODUCTION »*

***par Alain LIPIETZ***

Beaucoup d'encre a coulé depuis les premières critiques de von Bortkiewicz; contre la « transformation des valeurs en prix de production » telle que la réalise K. Marx dans le livre III du *Capital* [11]. Si l'on n'en est plus à prétendre que la découverte de cette «erreur » ouvre la « crise du marxisme » (une question aussi technique ne saurait mériter ni cet excès d'honneur, ni cette indignité) (1), il reste que la solution à présent communément admise au problème (solution qui atteint sa maturité avec l'oeuvre de M. Morishima) (2) implique un grave affaiblissement de la portée de la théorie marxiste de la valeur et de la plus-value, ramenée tout au plus à une formulation assez fruste et approximative de l'idée que les travailleurs ne reçoivent pas en salaire tout le fruit de leur travail. Telle est du moins la position à laquelle s'arrêtent tant M. Morishima lui-même, avec son « théorème marxien fondamental » (le taux de profit est positif si et seulement si le taux de plus-value est positif) que P. A. Samuelson (3) pour qui « ce qui est vital chez Marx », indépendamment de la « digression du livre I sur la plus-value », est la comparaison entre la quantité de biens de subsistance nécessaire à la reproduction du travail et le volume de biens produisible pour l'ensemble des classes. Mais cela, « les outils de l'économie bourgeoise auraient pu le découvrir » : c'est-à-dire la théorie pour laquelle le temps pendant lequel le possesseur d'argent accepte de différer sa consommation, étant un bien aussi rare que le travail, mérite lui aussi un revenu spécial (l'intérêt).

Face à une telle situation, de nombreux auteurs marxistes se réfugient dans un refus embarrassé de la formalisation du type M. Morishima, s'appuyant sur des critiques en soi pertinentes mais sans grand rapport avec le sujet (4) , ou alors refusent, au nom de critères épistémologiques peu tenables, d'affronter le problème même de la transformation (5).

Mon propos est ici de montrer que non seulement la solution du type Morishima, réévaluée et complétée, ne contredit aucunement les objectifs de Marx dans *Le Capital*, mais encore qu'il existe une autre solution, dont la possibilité m'a été indiquée par G. Duménil [7], serrant au plus près la démarche du *Capital,* et exhibant les fameux résultats du livre III démentis par la solution de Morishima : « Somme des prix = somme des valeurs », « somme des profits = somme des plus-values », et cela quelle que soit la structure de la production, c'est-à-dire la pondération des différentes branches, le taux de profit se déduisant du taux d'exploitation selon cette structure de la production (et non selon la structure de la consommation des travailleurs, comme chez M. Morishima). La première partie sera consacrée à l'état de la question telle que Marx l'avait laissée, la seconde à l'approfondissement et à la critique de la solution de type Morishima, la troisième à la présentation de la nouvelle solution, et la quatrième à la comparaison de ces deux solutions.

## I. LA SOLUTION DE MARX ET SA LIMITE

Pour Marx [(6)], le caractère marchand de l'économie confère aux produits des unités économiques une *valeur*, proportionnelle à la part du travail social affecté à leur production et validée (dans l'échange) par cette société. Pour adopter une formalisation moderne, on peut dire qu'à chaque lot de marchandises, représenté par un vecteur $y$ dans un espace ayant pour base naturelle les $n$ différentes unités de valeur d'usage, la valeur, forme linéaire $v$ sur cet espace, fait correspondre un nombre positif [(7)].

Dans une opération productive supposée représentative, le travail «vivant » appliqué aux moyens de production ajoute de la valeur à la valeur déjà incorporée par un travail passé dans les moyens de production [(8)]. De sorte que, si $a_j^i$ est la quantité de bien $i$ que nécessite normalement la production de l'unité de bien $j$, et si A est la matrice correspondante, on a : $u = u\ \mathrm{A} + l$, avec $l = [l_1, \ldots, l_j]$ la quantité de valeur incorporée par le travail abstrait concrétisé dans la branche $j$, d'où il résulte :

$$u = l(\mathrm{I}-\mathrm{A})^{-1}.$$

Remarquons que cette manière « d'ajouter » du travail présent à la valeur passée[(9)] (alors que la substance et la mesure de la valeur définies plus haut renvoient à des flux de marchandises produits *simultanément* par la société) soulève quelques réserves, allant jusqu'au refus de certains marxistes français[(10)]. On peut montrer cependant qu'elle est légitime, et inhérente à la forme de la valeur, pour peu que les normes de production soient supposées stables, et que l'on étudie l'économie dans sa *reproduction*, car alors la « valeur du travail passé » consommé dans une branche correspond à la valeur d'un travail présent, effectué dans une autre branche. Naturellement, il n’en est plus de même si l'on admet une évolution dans l'organisation des forces productives : et c'est une des causes de la crise et de l'inflation[(11)]. Quoi qu'il en soit, le débat sur la « transformation » implique justement (quoique rarement explicitement) ces hypothèses.

Jusqu'ici, nous n'avons encore rien dit du caractère capitaliste de notre économie. La démarche marxiste, comme toute démarche conceptuelle, procède par position successive des déterminants abstraits de la réalité concrète [(12)] : on étudie d'abord la chute des corps dans le vide, puis on introduit la résistance de l'air, ou/et un champ magnétique, etc. Dans la première section du livre I, Marx pose et étudie la loi de la valeur (substance, forme, grandeur de la valeur), « en général », c'est-à-dire dans toute économie marchande. Puis il étudie les « découpages » dans la mesure de la valeur qu'introduit la prise en compte du rapport capitaliste, puis il introduira (au livre III les modifications dans les formes mêmes de la loi de la valeur, qu'induit ce rapport.

Dans le capitalisme, la force de travail apparaît (au capitaliste, pas à l'ouvrier, bien sûr) comme une marchandise. Cette marchandise a pour lui une valeur w : le nombre d'heures de travail abstrait que les travailleurs ont obtenu le « droit » (à la suite de tout un processus historique) de dépenser sur le marché pour reproduire quotidiennement leur force de travail. Elle a également une valeur d'usage : produire du travail abstrait, donc ajouter de la valeur. Là encore, la quantité de travail abstrait $u_a$

« extraite » de cette marchandise, déterminée par l'intensité $\varepsilon$ et la durée $\lambda$ du travail, est le produit d'une intense « guerre de classe » [(13)]. Ces trois variables (valeur, durée, intensité du travail) déterminent conjointement le taux *de plus-value* e, ou taux d'exploitation, rapport entre la quantité de travail abstrait extorquée en sus de la valeur reconnue comme nécessaire à la reproduction du travailleur (la plus-value pl = $u_a$ - $w$) et la valeur $w$ de la force de travail elle-même. On a :

$$w\,(1+e) = 1.$$

Pour reprendre la formalisation vectorielle, on a maintenant :

$$u = u\mathrm{A} + wl + \mathrm{e}wl.$$

C'est la forme moderne du : « C + V + PL ». Remarquons qu'en adoptant cette notation nous avons supposé que la quantité de marchandise force de travail qu'il faut nécessairement acheter et mettre au travail pour produire le bien $j$ se mesurait par le même nombre que la quantité de travail abstrait produite par cette force. C'est-à-dire que nous avons supposé données la durée et l'intensité du travail, et que nous avons pris pour unité de force de travail le jour (par exemple), et pour unité de valeur le travail abstrait produit en un jour. Et que, bien sûr, toutes les normes de production étant socialement fixées, le travail concret est directement compté comme travail social abstrait. Autrement dit, *nous avons sous-entendu l'existence d'un tenseur* T, c'est-à-dire d'une transformation linéaire (dont les coefficients sont déterminés dans chaque base par l'intensité $\varepsilon$ et la durée $\lambda$ normales du travail) transformant les *n*-uples de marchandise «force de travail» en covecteurs «valeurs ajoutées» [(14)]. Ce sont là des petites choses bien triviales, mais leur « oubli » aboutit à identifier, comme chez les économistes classiques prémarxistes (Smith, Ricardo), « travail commandé » et « travail incorporé » (15), et, chose bien plus grave pour notre discussion, une relation *sociale à* une relation *technique* entre des « quantités d'input ».

L'illusion d'une pure relation technique entre input et output est achevée lorsque l'on suppose, ce qui semble légitime, que, de même que la production d'un bien $j$ est caractérisée par la donnée des coefficients de l'opération productive représentative ($a^i_j$, $l_j$), de même il existe un vecteur de consommation « normale » par unité de temps de travail $d$. On a alors :

$$w = v.d$$

et l'existence de la marchandise autonome « force de travail » en quantité $l_j$, nécessaire à la production de $j$ se résorbe dans la donnée du panier de marchandises nécessaire indirectement à la production de $j$ : le vecteur $[d^i l_j]$, qui s'ajoute au vecteur $[a^i_j]$. On obtient ainsi une matrice « sociotechnique » :

$$M = A + d \otimes l \;(= \mathrm{A} + d \otimes (l\mathrm{T}^{-1}))\text{-}(^{**})$$

*matrice apparemment « technique », mais dans laquelle les trois éléments déterminants de la théorie de la valeur et de l'exploitation se trouvent déjà incorporés* : par la mesure de *d* (valeur de la force de travail), par T, le tenseur implicite réglant la correspondance entre la quantité de main-d'œuvre utilisée et la valeur ajoutée (durée et intensité du travail).

Mais la transformation de la loi de la valeur ne fait que commencer. Si la valeur des produits règle, à travers les mécanismes de la concurrence, les rapports d'échange entre les produits d'une pure économie d'échange, qui réglera l'échange des produits entre des unités économiques qui sont des capitaux, dans une économie où les «marchandises sont des produits du capital » (16), c'est-à-dire du travail engagé par le capital, et non du « travail tout court » ? Une forme transformée de la valeur, où la quantité de plus-value (appelée alors profit) récupérée par chaque capitaliste sera proportionnelle au capital engagé. La valeur produite dans une période par la société « fonctionnant comme une force unique » se trouve donc réaffectée (toujours par la concurrence, mais par la concurrence entre capitaux) (17) sur les produits, la valeur « péréquée » exprimée en monnaie ou prix de production étant fixée de telle sorte que la plus-value (c'est-à-dire la part de la valeur créée qui ne revient pas aux producteurs) soit répartie entre capitalistes au prorata de ce qu'ils ont engagé. De sorte que la somme des prix des produits reste égale à la somme des valeurs (ou du moins proportionnelle à cette somme selon un rapport, inverse de la valeur représentée par la numéraire, unité de monnaie) et la somme des profits reste égale à la somme de la plus-value (ou du moins proportionnelle, selon le *même* rapport).

Est-ce mathématiquement possible? Oui, pense Marx, puisque ce n'est que la traduction de sa théorie de la valeur et de l'exploitation. Et de fournir dans le livre III (dont il n'a laissé à sa mort qu'une ébauche) un petit modèle.

Soit une partition de l'économie en branches produisant chacune une valeur : $M_i = C_i + V_i + PL_i$ ($M_i$ représente, dans les notations algébriques modernes, la quantité de valeur $u_i$, $y^i$ , $y^i$ étant la quantité de bien produite dans la branche $i$). Pour chaque branche le capital engagé a une valeur $C_i + V_i$. Le capital total engagé est $\sum_i (C_i + V_i)$.

La plus-value totale est $\sum_i PL_i$. Le taux de profit général est $\frac{\Sigma PL_i}{\Sigma(C_i V_i)} = r$. Si chaque branche doit réaliser le même taux de profit, alors il suffit de «péréquer » la seule plus-value, et on a, en prix de production

$$PP_i = (C_i + V_i)(1 + r).$$

Evidemment, somme des prix = somme des valeurs, somme des profits = somme des plus-values. D'autre part le taux de profit moyen dépend :

- de e;
- de la « composition organique » $C_i/V_i$ des différentes branches;
- de la pondération du capital variable entre ces branches (c'est-à-dire du vecteur des niveaux d'activité $y$).

Ce modèle souffre de deux limites. D'abord on a supposé que toutes les branches avaient la même période de production. Marx a développé de longs calculs pour évaluer l'effet de la levée de cette simplification. Ce n'est pas là-dessus que porte d'ailleurs la polémique : les théoriciens honnêtes admettent qu'il est légitime d'introduire les difficultés une par une. Nous nous en tiendrons là, nous aussi, dans cet article[18]. Non, la discussion a porté sur une autre simplification, cette fois moins justifiable : les capitalistes n'achètent pas les éléments de $C_i$ et $V_i$ à leur valeur, mais à *leur prix de production.* La péréquation doit porter non seulement sur $PL_i$, mais sur $C_i$ et $V_i$. Cela, Marx l'indique lui-même [19], mais estime que ça ne doit pas changer grand-chose, et passe à des sujets qu'il estime à juste titre plus importants. Fatale erreur! On ne pardonne pas au grands hommes ces petites négligences... Et – chose curieuse – ceux qui s'empressèrent de corriger cette négligence le firent de telle manière qu'ils effacèrent le *fond* de la démarche de Marx : prouver que le profit, loin d'être le «salaire de l'attente » des épargnants volontaires, n'était qu'une part non payée de la valeur produite par le travail ouvrier.

## II. LA SOLUTION REÇUE AU PROBLÈME DE LA TRANSFORMATION

Pour corriger la négligence de Marx, il faut poser que $C_i$ et $V_i$ sont achetés « à leur prix de production ». Pour $C_i$ pas de problème : il suffit d'évaluer les intrants en prix de production. Mais que signifie «acheter $V_i$ à son prix de production » ? Problème a *priori* complexe. $V_i$ n'est, à proprement parler, qu'une masse d'argent versée aux travailleurs et qui représente une fraction (déterminée par le taux d'exploitation) de la valeur qu'ils produisent. Les « transformateurs » ont cependant trouvé un biais – qui se révélera loin d'être neutre assimiler la valeur de la force de travail, non à cette fraction, mais à la valeur du panier de biens d qu'elle achèterait si tous les ouvriers adoptaient le même comportement et dépensaient leur argent sur un marché dont les prix seraient réglés par le système des valeurs.

Admettons-le, pour un moment. Dès lors, $V_i$ se transforme comme $C_i$, en évaluant le panier *d* selon les mêmes prix de production. Soit *p* le covecteur des prix, r le profit moyen – s'il existe.

$$p = [pA + (p.\ d)\ l]\ (1+ r)$$

$$\text{soit : } \frac{1}{1+r}\ p = p[A + d \otimes l = pM.$$

*p* est donc vecteur propre correspondant à, la valeur propre $\frac{1}{1+r}$ de la matrice sociotechnique M.

Or *p* est semi-positif, de même que M. Le théorème de Perron-Frobenius [20] enseigne que *p* est nécessairement vecteur propre associé à la valeur propre dominante μ(M).

On a donc :

$$r = \frac{1}{\mu(M)} - 1.$$

Première remarque : μ ne dépend que de M, donc de A, *l* et *d*, qui déterminent également e. Pour l'ensemble des *d* tels que $v.\ d = w$ (donc à taux de plus-value constant), r ne dépend que de la direction du vecteur *d* (c'est-à-dire de la structure de la consommation ouvrière). Et *absolument pas de la structure y de la production totale*.

Il y a plus grave. Choisissons le numéraire de telle sorte que : somme des prix = somme des valeurs, soit $v.y = p.y$.

On a :

somme des profits = $rpMy$ ;
somme des plus-values = $ewl.y$.

Ces sommes ne sont égales que pour $(rpM\text{-}ewl).y = 0$.

C'est-à-dire seulement si *y* appartient à un hyperplan donné (par r, donc par *d*). On vérifie qu'il n'y a aucune raison particulière pour que ce soit le cas. Donc, sauf pour un ensemble de mesure nulle des structures de la production, *on ne peut pas avoir* :

$$\frac{\text{somme des prix}}{\text{somme des valeurs}} = \frac{\text{somme des profits}}{\text{somme des plus}-\text{values}}.$$

Deux résultats devant lesquels de nombreux marxistes ont préféré se voiler la face. A tort, à mon avis. Et pas seulement parce que M. Morishima et P. Samuelson leur offraient ce lot de consolation, baptisé « théorème marxien fondamental » : *le taux de profit ne peut être positif que si et seulement si le taux de plus-value est positif.*

Mais parce qu'on peut tirer de ce cadre conceptuel à peu près tous les enseignements que Marx entendait tirer de son modèle.

1° *La valeur de ce qui échoie aux capitalistes est bien la plus-value*

Autrement dit : même si la somme des profits n'est pas la somme des plus-values, la valeur des emplois du profit est bien la somme des plus-values. Ce théorème se démontre très simplement. Il suffit de remarquer que lorsqu'on écrit :

$$p = (l + r)\, pM,$$

on écrit que toute la production est réalisée il n'y a aucune mévente.

Or le produit brut *Y* de la période sert :

- à reproduire les conditions de production : $MY$;
- à la consommation improductive des capitalistes *C*;
- à la production des éléments de l'élargissement de la production, ou accumulation : $M\Delta Y$.

Ces deux derniers termes constituent l'emploi du profit (le premier constituant l'emploi du capital initial).

On a donc :

$$Y = \mathrm{M}\,Y + C + \mathrm{M}\Delta Y$$
$$\upsilon\,.\,(Y\text{-}\mathrm{M}Y) = \upsilon(C + \mathrm{M}\Delta Y)$$
$$\mathrm{ew}lY = \upsilon\,(C + \mathrm{M}\Delta Y)$$

CQFD.

De façon plus intuitive, on voit bien que si les prix auxquels les capitalistes vendent les marchandises « diffèrent » de leur valeur, il en est de même en ce qui concerne les marchandises qu'ils achètent, et que l'un compense l'autre, en un sens que nous allons maintenant expliquer.

*2° Les prix de production régulent le comportement de capitalistes « conformes à leur concept »*

Dans le paragraphe précédent, la « consommation improductive» des capitalistes était indéterminée, et il ne pouvait en être autrement au niveau d'abstraction qui est le nôtre : $C$ ne pourrait être déterminé que par des considérations psychosociologiques. Ici, le capitaliste n'est, selon le mot de Marx, que le « fonctionnaire de son propre capital », valeur qui n'a qu'un but : se mettre en valeur. Si donc nous réduisons le capitaliste à son essence, il obéira à la fameuse « éthique protestante » chère à Max Weber, au « devoir d'état » de Calvin : frugal à l'extrême, il accumulera tout son capital, et dans sa propre branche car il n'a aucune raison (sauf autres déterminations) de faire autrement.

En écrivant alors :

- que le chiffre d'affaire de chaque branche à la période $t$ est égal au coût des conditions de production de cette branche dans la période $t + 1$;
- que pour l'ensemble des branches ces conditions de la production en t + 1 représentent l'ensemble du produit en $t$, on montre (21) :
- que la structure de la production est $\hat{y}$, le vecteur propre à gauche de la matrice M;
- que le vecteur des prix $\hat{p}$ est dans ce cas tel que, si l'on choisit le numéraire en sorte que la somme des prix soit la somme des valeurs, alors la somme des profits est la somme des plus-values.

Ce résultat est assez connu des « transformateurs » classiques. Morishima appelle $\hat{y}$ « rayon de Marx - von Neumann »; je l'appellerai « structure d'accumulation intégrale ».

*3° Un théorème de « compensation valeur-prix »*

Ces deux systèmes de référence $\hat{p}$ et $\hat{y}$ (22) vont nous permettre de préciser l'intuition, énoncée plus haut, d'une « compensation » nécessaire de l'écart entre valeur et prix de production par la structure de la production. En vertu du « théorème de la base incomplète », toute production y peut, comme tout vecteur, se décomposer de manière unique en une composante $\tilde{y}$ sur la structure d'accumulation intégrale et une composante $\tilde{y}$ dans l'hyperplan orthogonal à $\hat{p}$ :

$$y = \hat{y} \oplus \tilde{y} \text{ avec } \begin{cases} \hat{p}.\hat{y} = \upsilon.\hat{y} \\ \hat{p}.\tilde{y} = 0. \end{cases}$$

Si on note :

$\delta\upsilon = \hat{p} - \upsilon$ « l'écart » de $\hat{p}$ à $\upsilon$,
$\delta y = y - \hat{y}$ « l'écart » de $y$ à $\hat{y}$.

On a :

$$\boxed{\delta\upsilon.y + \upsilon.\delta y = 0.}$$

En effet :

$$\begin{aligned} \delta\upsilon.y = (\hat{p} - \upsilon).y = \hat{p}.\hat{y} + \hat{p}.\tilde{y} - \upsilon.\hat{y} - \upsilon.\tilde{y} &= -\upsilon.\tilde{y} \\ &= -\upsilon.(y - \hat{y}). \end{aligned}$$

Autrement dit, si, à partir d'un schéma de reproduction correspondant à l'accumulation intégrale (où le prix est égal à la valeur) on « déforme » la structure de la production, d'un certain écart., *la mesure de cet écart de la production (par la valeur) est la mesure de l'écart des prix de production (aux valeurs) par cette production.* Par là est introduit un lien (certes beaucoup plus ténu que dans la tentative de Marx) entre la structure de la production et la transformation de la valeur en prix de production. Mais $\hat{p}$ et $\hat{y}$ restent des fonctions de $d$, $y$ n'est ici qu'un moyen d'évaluer *après coup* leurs variations corrélatives.

*4° Le taux de profit est une fonction bien déterminée du taux d'exploitation*

Si l'on ne veut pas se contenter du « théorème marxien fondamental », on peut préciser la bijection qui relie (par A, $d$, $l$) le taux de profit et le taux d'exploitation. On trouve une fonction :

$$r = f_d\,(\mathrm{e}).$$

Mais $d$ est fonction de e. Il faut éliminer ce qui dépend de la variable dans la paramétrisation. Or si on élimine l'intensité de l'exploitation, il reste la structure de la consommation. La paramétrisation par la structure de la consommation peut être traitée de différentes manières. J'en citerai deux. Celle de Duménil-Roy [6] consiste à décomposer $d$ en sa valeur w et sa direction $d^*$. On obtient alors une fonction $\mathrm{r} = f_{d^*}(\mathrm{e})$. Celle de Roemer [13] consiste à supposer aux travailleurs des fonctions de consommation de type marginaliste. Si $\Gamma$ est la famille de ces fonctions, on obtient des courbes de même forme r = $f_\Gamma$(e). koemer utilise pour cela le théorème du point fixe de Brouwer [23]. Mais cet artifice mathématique n'a pas de contrepartie économique. Car chez Roemer, comme chez Morishima, la contrainte budgétaire w est fixée en valeur : comment les salariés peuvent-ils alors « choisir » leur consommation sur un marché réglé par des prix de production? Problème de fond sur lequel nous reviendrons.

*5° Les prix de production et le taux de profit sont logiquement déterminés par la théorie de la valeur et de l'exploitation*

Nous arrivons ici au point crucial de la polémique. Quelle que soit la force des liens, que nous venons de souligner, entre le système des valeurs et de la plus-value d'une part, le système des prix de production et du profit de l'autre, ces liens apparaissent à première vue comme des liens de cousinage et non de filiation : l'ancêtre commun étant la donnée « technique » des, éléments de A + $d \otimes l$ :

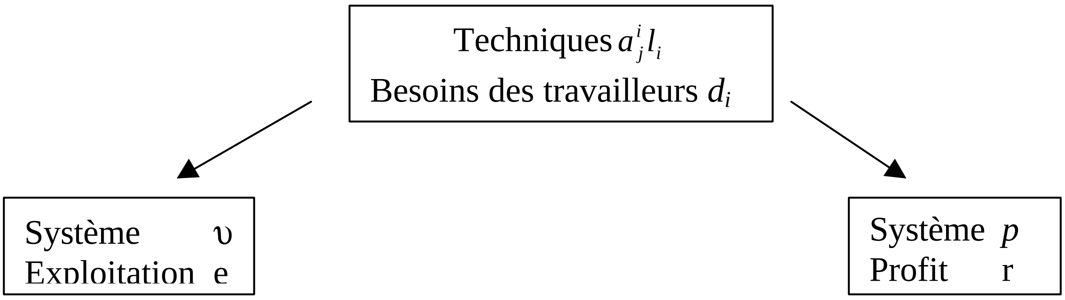


Fig. I

En tout état de cause, la matrice M déterminerait un « surplus », sous la condition « technique » qu'elle soit productive, et ce produit net serait alloué selon deux systèmes :

- soit au prorata du « travail » ajouté pendant la dernière période;
- soit au prorata de la valeur marchande totale des conditions de production (matière première et travail) de la dernière période.

Un peu, fait remarquer P. A. Samuelson [15], comme lorsqu'on évalue l'incidence dans la formation des prix de la taxe à la valeur ajoutée d'une part, de la taxe à la transaction de l'autre. Dans le premier cas, la résolution du système d'équation donnant le système des prix est assez simple : un système de $n$ équations linéaires. Dans le second cas, il faut résoudre une équation algébrique du $n$-ième degré [24] ! « On peut appliquer, concède P. A. Samuelson, la théorie marxiste de la détermination matérialiste de l'Histoire pour arriver à l'hypothèse que c'est l'incapacité de Marx en algèbre et l'absence d'ordinateur qui l'ont amené à formuler sa théorie de l'exploitation dans les termes du livre I, qui sont irréalistes mais se trouvent être plus simples à manier algébriquement que les relations walrasiennes du livre III » [15, p. 418]. Le problème de la « transformation » est alors résolu très simplement (toujours sur la base de la donnée « technique » de A, *d*, *l*) : « Considérez deux systèmes en balance et discordants. Ecrivez-en un. Maintenant, transformez-le en prenant une gomme et en l'effaçant. Ensuite remplacez-le par l'autre système. Voilà! » [15, p. 400].

Malheureusement, toute cette belle histoire suppose que la donnée de la matrice M, d'où découle *directement*, c'est vrai, le système (*p*, *r*), soit logiquement située *en amont* de la théorie de la valeur et de l'exploitation. Nous avons vu qu'il n'en était rien. Reprenons la chaîne logique, pas à pas.

Au commencement, le caractère marchand. de l'économie. D'où la substance et la forme de la valeur. Pour un état donné des forces productives (A, *l*), la détermination de la grandeur $\upsilon$ de la valeur. Jusqu'ici, pas un mot de la théorie de l'exploitation, ni de la plus-value, ni du profit (25).

Introduisons l'exploitation capitaliste, la vente et l'usage de la marchandise «force de travail », caractérisés par la valeur de cette force et la durée $\lambda$ et l'intensité $\varepsilon$ du travail qu'on lui impose. Trois facteurs qui co-déterminent la plus-value et le taux de plus-value. La valeur de la force de travail correspond (moyennant $\upsilon$, déjà acquis) au panier de bien il acheté pour reproduire la force de travail. Tous ces éléments, $\lambda$, $\varepsilon$, w, e, *d*, sont directement ou indirectement l'enjeu du rapport de force entre les classes, et sont liés de façon complexe.

* $\lambda$ et $\varepsilon$ sont faiblement couplés, et, encore plus faiblement, couplés à *d* (26). On peut cependant considérer qu'ils sont logiquement antérieurs à e et à la plus-value. En tout cas, ils sont présupposés au tenseur T liant la quantité de force de travail achetée à la quantité de travail fourni, passage obligé de la détermination des prix de production par des équations de la forme :

  $$p = (1 + r)\ (pA + sl) \quad (s = \text{salaire})$$

  qui, rappelons-le, ne sont qu'une abréviation pour :

  $$p = (l + r)\ [(pA + s(lT^{-1})]$$

  (T n'étant diagonal de coefficient 1 qu'à cause du choix des unités).
* Pour des valeurs données de $\varepsilon$ et $\lambda$, le rapport entre *l*, *d*, w est beaucoup plus complexe. L'enchaînement *dynamique* qui semble jouer un rôle directeur est à première vue celui-ci : e $\rightarrow$ w $\rightarrow$ *d*, c'est-à-dire : patrons et salariés s'affrontent sur le partage de la valeur ajoutée, le compromis s'exprime par une valeur reconnue w, les ouvriers dépensent leur argent comme ils veulent.

Cependant, Marx, au chapitre VI du *Capital*, soucieux de donner un sens intuitif à l'expression « la force de travail a une valeur comme les autres marchandises : la quantité de travail qu'il faut pour la reproduire », force un peu l'assimilation en supposant l'existence d'un « panier de consommation ouvrier », sorte de « vecteur input» de l'entreprise-ménage (dont, soit dit en passant, le travailleur – la femme – travaille gratuitement, et dont « l'entrepreneur » vend le produit à son prix de revient). Léontieff, von Neumann et Morishima codifieront cette réduction de l'ouvrier à une bête de somme exigeant son picotin.

Même si Marx abandonne très vite la détermination physique d'un « panier de biens salariaux » pour poser la valeur de la force de travail comme une « quantité d'heures payées » [27], il reste que postuler l'existence, à un moment donné, d'une «norme de consommation ouvrière », n'est pas sans justification. Certes, les syndicats ne négocient pas directement le droit à une machine à laver, ni le passage à la télévision en couleur : encore une fois, ils négocient des augmentations de salaire. Cependant, la « norme de consommation » une fois fixée peut difficilement être remise en cause à la baisse, non pour des raisons morales mais... parce que cela mettrait en crise les industries de consommation correspondantes (28) !

Nous avons donc une détermination de *d* par w (moyennant les valeurs ou les prix des biens de subsistance), puis un effet en retour de *d* sur w.

Nous pouvons dire que e et *d* sont en liaison « dialectique », *d* constituant la base et e le facteur dirigeant.

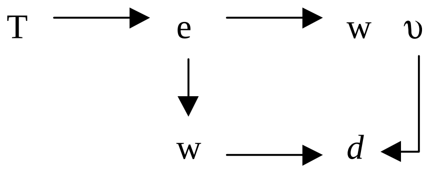


Fig. II

*d* étant maintenant fixé, et le salaire devant couvrir cette dépense dans le système des prix de production, on peut passer au dernier maillon de la chaîne, résumée dans la figure III. La comparaison – frappante – avec le tableau I justifie le soin mis dès la première partie à décortiquer la signification du symbolisme algébrique utilisé dans la « transformation ». Même en supposant *d* comme une donnée, la théorie de la valeur et de l'exploitation apparaît clairement comme présupposée aux prix de production.

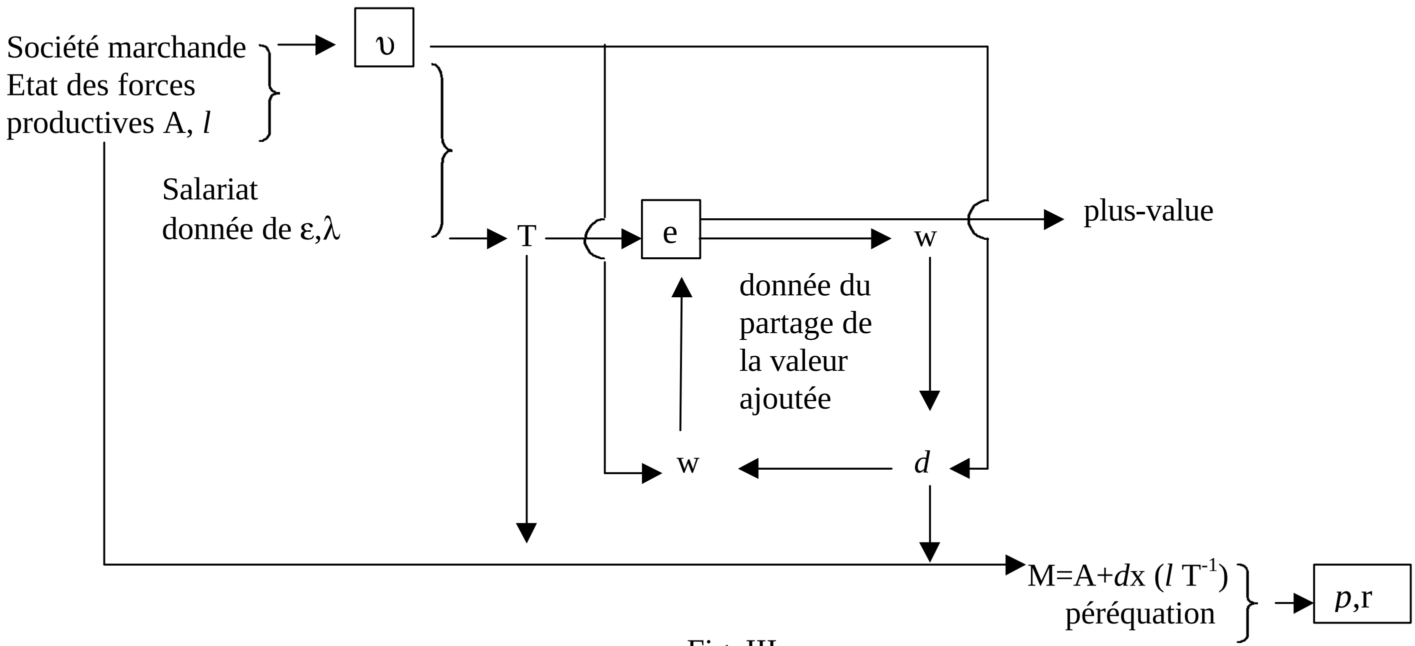


Fig. III

## III. UNE NOUVELLE SOLUTION AU PROBLEME DE LA TRANSFORMATION

La solution habituellement admise aujourd'hui au problème de la transformation des valeurs en prix de production s'est révélée moins incompatible avec les thèses de Marx qu'on ne le pense généralement. Cependant elle s'en éloigne encore notablement.

* Si la théorie de la valeur et de l'exploitation est bien logiquement requise avant la formalisation qui permet le calcul des prix de production, cela ne se voit pas clairement dans l'algorithme de transformation. On aimerait « voir » la valeur se réaffecter sur les marchandises dans le mécanisme de la péréquation.
* S'il existe une relation entre la structure de la production et l'écart valeur-prix de production, elle apparaît *ex post*, au lieu que la structure de la production (qui détermine, par la pondération des compositions organiques, la quantité de plus-value à péréquer sur la quantité de capital engagé) apparaisse comme paramètre déterminant du taux de profit et des prix de production. Au lieu de quoi, la structure de la consommation ouvrière semble jouer un rôle déterminant.

### *1° Le fond de la question* ([29])

Nous avons vu que la raison de ces anomalies (par rapport aux conséquences intuitives de la théorie marxiste de la valeur et de l'exploitation) résidait justement dans la manière de résoudre le problème de la transformation du capital variable. La solution adoptée consistait à réduire le cas de V au cas (évident) du capital constant C. Il est en effet peu contestable que, si la technique de production $\left(a^i_j, l_j\right)$ est donnée, le prix d'achat du capital constant $C_j$ est bien $\sum_i p_i a^i_j$. Mais peut-on réduire la force de travail à un produit exigeant un input d de prix de revient $\Sigma p_i d^i$ ? Une telle formalisation ne serait en fait admissible que dans un mode de production «pseudo-esclavagiste », c'est-à-dire esclavagiste dans les unités de production et marchand-capitaliste entre les unités, comme dans le Dixieland à la veille de la guerre de Sécession [(30)]. Au contraire, le salarié du capital reçoit une somme d'argent avec laquelle il choisit « librement » sa consommation selon ses besoins F. Certes, la contrainte du mode de vie urbain l'oblige à adopter un certain « panier flou », et la valeur de ce panier flou pour une date donnée de l'histoire de la lutte de classe fournit une *base à* la valeur de la force de travail. Mais cela n'autorise pas à fixer unilatéralement une chaîne causale comme dans la figure 1. Il est beaucoup plus légitime de penser à une liaison dialectique avec le taux e comme moment directeur, comme dans la figure II, et une boucle entre e et *d*.

Mais la médiation par le système des valeurs entre e et *d* doit aussi être critiquée. Car la contrainte budgétaire sur la consommation des salariés s'exprime dans le système des prix, et non dans celui des valeurs! Nous avons vu que l'utilisation du théorème du point fixe par Roemer ne lève que formellement cette difficulté.

Tout devient clair au contraire si nous interprétons w comme une quantité d'heures payées, une part $(1 + e)^{-1}$-de la valeur ajoutée, dont l'équivalent monétaire peut être dépensé sur un marché des biens de consommation en prix de production représentant des « valeurs transformées ». Ces prix devraient alors être déterminés indépendamment de la consommation ouvrière, mais, comme chez Marx, en fonction de e, de la composition et de la répartition *y* du capital dans les branches. Il en résulterait alors, selon le choix des salariés, un ou des paniers de consommation *d…* qui pourraient alors servir de base de renégociation de w.

Il se trouve que cette solution, qui implique de traiter très différemment le capital constant et le capital variable, est conforme aux indications qu'a laissées Marx sur la manière dont il voyait la transformation. Ce n'est évidemment pas un critère de vérité, mais dans la mesure où les « transformateurs » ont prétendu formaliser les intentions de Marx pour en démontrer les incohérences, l'a première exigence est de vérifier si c'est bien la pensée de Marx que l'on a formalisée, et non celle de quelqu'un d'autre. Or que nous dit K. Marx, après avoir témoigné de son insatisfaction devant son petit modèle boiteux de transformation? Qu'il faudrait maintenant transformer les éléments du prix de revient de la façon suivante : « En ce qui concerne la fraction constante, elle est elle-même égale au coût de production plus la plus-value, donc, dans notre cas, égale au coût de production plus le profit. Ce dernier peut à son tour être supérieur ou inférieur à la plus-value qu'il remplace. Pour *ce qui est du capital variable,* le salaire quotidien moyen est bien toujours égal à la valeur produite pendant le nombre d'heures que l'ouvrier doit consacrer à la production des moyens de subsistance nécessaires. Mais l'écart du prix de production de ces derniers par rapport à leur valeur *falsifie ce nombre d'heures* lui-même » ([11], t. VI, p. 177. C'est moi qui souligne).

Autrement dit, pour Marx, dans le capital constant, on se contente de modifier l'évaluation de marchandises. Dans le cas du capital variable au contraire, le salaire en tant que représentant un « nombre d'heures » est conservé dans la transformation, en revanche, ce qui est transformé, c'est le « nombre d'heures » (contenu dans les marchandises achetées par le salarié) lui-même! On retrouve exactement notre dernier schéma.

Reste à vérifier que tout cela est mathématiquement possible.

*2° La formalisation*

Soit donc $\upsilon$ la valeur des marchandises (déterminée par A et *l*). Soit la donnée d'un taux d'exploitation e et d'une valeur w de la force de travail : w = $\frac{1}{1+e}$. Nous cherchons une réallocation de la valeur totale (c'est-à-dire du flux global de travail abstrait) produite dans la période, sur la production *y* de cette même période, en d'autres termes sur le produit *net de* la période, relié au produit *brut Y* (vecteur des productions totales *dans* la période) par la relation : $y = Y - \mathrm{A}Y$ [(31)].

Cette réallocation est d'abord une *réallocation,* c'est-à-dire qu'elle réalloue une même quantité de la substance-travail abstrait. Appelons $\hat{p}_i$, la valeur réallouée à chaque marchandise *i*. Le vecteur $\hat{p}$ des valeurs réallouées définit le système des prix

de production relatifs, le niveau des prix dépendant à notre niveau d'abstraction (mais pas dans la réalité concrète! cf [10]) du choix du numéraire.
On *doit* avoir (c'est une relation de définition) :

$(H_1) \qquad \hat{p}\,.y = \upsilon.y.$

D'autre part, cette réallocation doit réaliser une *péréquation capitaliste* de la plus-value, c'est-à-dire que la valeur péréquée du bien *j* doit être égale à $\gamma$ fois ($\gamma > 1$) la somme du capital constant (évalué en valeur péréquée) et du capital variable (évalué par la valeur cédée aux travailleurs en échange de la disposition de leur force de travail), $\gamma$ étant le même dans toutes les branches ($\gamma$ n'est autre que 1 + r). Donc, en supposant comme plus haut que le choix des unités de « quantité de force de travail » et de « quantité de travail fourni » permette de sous-entendre le tenseur T, on *doit* avoir (c'est encore une relation de définition, dont il faudra vérifier la compatibilité avec la première) :

$(H_2) \qquad \hat{p} = \gamma\,(\hat{p}\,\mathrm{A} + wl).$

Nous pouvons définir cette péréquation d'une autre manière. Nous voulons que le « travail commandé » [32], directement (dans la période juste écoulée comptée 0) ou indirectement (dans la période antérieure comptée *n*) pour produire le bien *j* [33], contribue à la valeur péréquée $p_j$, de ce produit dans une proportion $\gamma^{n+1}$.

$$(H_2^{'}) \quad \hat{p} = \gamma w(\sum_0^{\infty} \gamma^n l A^n)$$

$(H_2^{'})$ est équivalente à $(H_2)$ qui s'écrit en effet :

$$(H_2^{''}) \quad \hat{p} = wl\left[\frac{I}{\gamma} - A\right]^{-1}$$

ce qui s'écrit $(H_2^{'})$ en développant en série la matrice inverse [34]. On peut faire subir la même opération à

$$\upsilon = (1 + e)\, wl(\mathrm{I} - \mathrm{A})^{-1}.$$

Soit :

$$\upsilon = (1 + e)\, w(\sum_0^{\infty} \gamma^n l A^n).$$

On voit alors clairement que la péréquation consiste à redistribuer toute la valeur de telle manière que la plus-value incorporée totale soit affectée non pas au prorata de la simple somme des travaux commandés dans les périodes antérieures, mais au prorata de la somme de ces travaux pondérés par un facteur $\gamma^{n+1}$. La comparaison de P. Samuelson avec la taxe à la valeur ajoutée et la taxe à la transaction est juste mais insuffisante. Car la transaction est inutile. Supposons qu'une entreprise de tissage achète une filature de coton. Le travail des fileurs, qui comptait comme capital constant dans la branche « tissage » (selon la formulation $H_2$) compte maintenant comme capital variable... mais immobilisé pendant deux périodes au lieu d'une, ce dont rend bien compte la formulation ($H_2^{'}$).

Le système des valeurs péréquées que nous cherchons (et d'où l'on peut déduire tout système de prix de production par la donnée d'un numéraire) étant maintenant bien défini par $H_l$ et $H_2$, il faut se poser les questions : un tel système existe-t-il, et quelles, en sont les propriétés? Nous n'aurons pas de mal à démontrer le théorème suivant, qui résume la conclusion de Marx sur la transformation.

*Théorème de la transformation marxiste*

1. Pour toute structure de la production, il existe une et une seule péréquation capitaliste des valeurs.

2. Si on s'en tient au numéraire tel que la somme des valeurs (ajoutées) est égale à la somme des prix du produit net, alors la somme des profits est égale à la somme des plus-values.

3. Le taux de profit moyen est fonction du taux d'exploitation, des coefficients techniques des branches, et de la répartition des salariés entre les branches, c'est-à-dire de la structure du produit net.

*Démonstration*

1. $\forall y,\ \exists\ (,\ \hat{p}\gamma)$- $\begin{cases} \hat{p}.\hat{y} = \upsilon.\hat{y} & (\mathrm{H}_1) \\ \hat{p} = \gamma(\hat{p}A + wl) & (\mathrm{H}_2). \end{cases}$

En effet, en écrivant $\mathrm{H}_2$ sous la forme $H_2^{'}$, on voit que $\hat{p}$ est une application continue croissante de γ, donc $\hat{p}\,.y$ est une fonction continue croissante de γ.

Pour γ = 1, $\hat{p}\,.y = \dfrac{1}{1+e}\ \upsilon.y < \upsilon.y.$

Quand γ tend vers le rayon de convergence de la série en $H_2^{'}$, $\hat{p}\,.y$ tend vers l'infini.

Donc il existe une et une seule valeur de γ, donc un et un seul vecteur $\hat{p}$, satisfaisant ($\mathrm{H}_1$). Comme elle est supérieure à 1, on écrit γ = 1 + r, r étant le taux de profit positif (35).

2. Soit y le secteur produit « net » (au sens de la comptabilité nationale) dans lequel se matérialise la valeur ajoutée, *Y* le vecteur des activités correspondant. Par définition :

$\hat{p}\,.\mathrm{y} == \upsilon.y$ et $Y - \mathrm{A}Y = y.$

On a :

$$\begin{aligned} \text{somme des profits} &= \hat{p}\,.\mathrm{y} - wl.Y, \\ &= \upsilon.\,(Y - \mathrm{A}Y) - wl.Y, \\ &= \mathrm{e}wl.\,Y, \\ &= \text{somme des plus-values.} \end{aligned}$$

3. $\mathrm{r} = \dfrac{\text{somme des profits}}{\text{capital engagé}} = \dfrac{ewl.Y}{(\hat{p}A + wl).Y}$

$$\mathrm{r} = \frac{e}{\dfrac{\hat{p}AY}{wl.Y} + 1}.$$

Or $\dfrac{\hat{p}AY}{wl.Y} = \sum_j \dfrac{\hat{p}A_j}{wl_j} \cdot \dfrac{l_j Y_j}{l.Y}.$

C'est la moyenne, pondérée par la part du travail salarié occupée dans les différentes branches, des compositions organiques des branches, évaluées en prix de production. Ces dernières ne sont fonction que des compositions techniques des branches et du système des prix de production qui ne dépend lui-même que de e,$y$, et des coefficients techniques $a_j^i$ et $l_j$, [36].

Cette formulation est fort peu maniable, puisqu'elle exige la connaissance de $\hat{p}$ : je ne l'ai donnée que pour sa similitude avec la formule de Marx, reconnue fausse par l'auteur [37]. CQFD.

On peut maintenant calculer une relation plus directe entre e et r, comme chez Duménil-Roy [6]. En utilisant $(H_2^{''})$ et la relation w(l + e) = 1, on obtient, en décomposant $y$ en sa direction $y^*$ et son intensité [38] :

$$e = r\upsilon[I - (l + r)\,A]^{-1}\text{-}y^*.$$

Cette relation étant biunivoque et croissante (r varie de 0 à R quand e croit de 0 à l'infini), on construit sa réciproque et on obtient exactement la courbe r = $f_{d*}$.(e) de Duménil-Roy, mais c'est maintenant une courbe r = $f_{y*}$.(e).

## IV. COMPARAISON DES DEUX SOLUTIONS

Nous avons donc obtenu, avec la nouvelle solution (que j'appellerai dorénavant « système B ») tous les résultats que Marx attendait de la transformation des valeurs en prix de production. Les résultats fournis par la solution du type M. Morishima (que j'appellerai dorénavant « système A ») sont-ils donc faux? Non, bien sûr : ils sont mathématiquement corrects, économiquement compatibles avec la théorie marxiste de la valeur et de l'exploitation. Enfin, si, la transformation une fois réalisée selon le système B, les travailleurs ont l'esprit assez moutonnier pour choisir tous le même vecteur de consommation $d$, les résultats du système A seront rigoureusement exacts. Pourtant ils sont apparemment différents de ceux du système B!

Il n'y a là nulle contradiction : simplement, e et w n'ont ni la même signification, ni la même grandeur, dans les deux systèmes, bien qu'ils servent d'indices de mesure aux mêmes concepts.

Dans le système A, $w_A$ est la valeur de ce que les travailleurs consomment

$$w_A = \upsilon.d.$$

Dans le système B, $w_B$ est la part de la valeur qu'ils ont créée et qu'ils ont obtenu le droit de dépenser, sur un marché où les prix sont réglés par des valeurs péréquées.

$$w_B = \frac{1}{1+eB}.$$

Il n'y a aucune raison pour que : $w_A = w_B$, $e_A$ $e_B$. En effet, en règle générale, la valeur incorporée dans les emplois du salaire n'est pas la part de la valeur produite, rétrocédée aux travailleurs et dépensée selon un système de valeurs réaffectées :

$$w_A = \upsilon.d \neq w_B = \frac{1}{1+e_B} .$$

La transformation ayant eu lieu, pour *y* donné, selon le système B, existe-t-il une structure $\hat{d}^*$ de la consommation des travailleurs telle que $w_B = u.\,\hat{d}^*$? La réponse est évidente d'après la seconde partie : c'est la structure $\hat{d}^*$ telle que le vecteur *y* en soit vecteur d'accumulation intégrale $\hat{y}(\hat{d}^*)$. Dans tous les autres cas, tous les résultats séparément calculés restent valables, $e_A$ et $e_B$ étant liés par la bijection :

$$e_A = (f_{d^*}^{-1} \circ f_{y^*})(e_B).$$

Ces résultats sont résumés dans le tableau III.

La solution B serrant au plus près l'intuition et le texte de Marx, étant aussi plus facile à manier mathématiquement, faut-il reléguer « l'ancienne » solution, fruit de plus d'un demi-siècle de travail, au musée des curiosités de l'histoire de la pensée économique? Je ne le pense pas, car elle nous a obligé *à* explorer attentivement (du moins, dans les développements que j'ai présentés) le contexte conceptuel de la transformation : c'est-à-dire tous les problèmes liés à la « réalisabilité » du couple (*y*, *d*). Alors que la nouvelle solution, justement à cause de sa simplicité, n'utilise même pas le fait que la production nette *y* est réalisée, s'inscrit dans un schéma d'accumulation. Ce que l'on gagne à exprimer directement $r = f_{y^*}(e)$, on le perd dans la totale indétermination apparente de $y^*$.

Prenons un exemple (39). Soit $e_B$ la part de la valeur ajoutée qui revient aux travailleurs, avec laquelle ils s'empressent d'acheter le nécessaire, voire un peu de superflu. Mais, stupéfaction : il suffit que la production s'oriente différemment pour que le système des prix varie et que, par conséquence, la frontière des paniers de consommation accessibles se déplace! Ainsi, pour un même taux d'exploitation, une même valeur de la force de travail, les travailleurs pourraient s'offrir ou bien le nécessaire et un peu de superflu, ou bien même pas le nécessaire, selon l'orientation de la production! Voilà qui ne correspond guère au sens commun marxiste...

Dans le système A, le phénomène correspondant s'énonce de la façon suivante : étant donné $w_A$ la valeur de la force de travail, le taux de profit général dépendra de la structure de consommation $d^*$. Résultat que je trouve pour ma part beaucoup moins choquant (40). C'est tout simplement la forme, transformée et enrichie, que prend dans la transformation la théorie de la plus-value relative. Marx désigne par ce concept l'accroissement du taux de plus-value lié à la baisse de la valeur des biens du « panier » *d*.

Mais supposons une transformation technologique qui laisse invariante la valeur de *d*, mais modifie dans un sens moins capitalistique la composition technique des branches produisant les éléments de *d.* Il n'y a pas de plus-value relative, alors que le taux de profit, intuitivement, doit s'élever. Résultat que la solution A explicite en montrant qu'à valeur égale de la force de travail, le taux de profit s'élèvera si la consommation des travailleurs s'oriente vers des branches moins capitalistiques, et inversement.

**TABLEAU I**

***Comparaison des deux solutions***

<table>
<tr><th>Système A</th><th>Système B</th></tr>
<tr><td colspan="2">$\upsilon$ = valeur = nombre d'heures incorporées<br>(th. de la valeur)<br><br>e = partage des heures incorporées<br>(th. de l'exploitation)</td></tr>
<tr><td>Cette part $e_A$ est définie par la valeur incorporée dans la consommation $d$ des travailleurs.<br>$\upsilon.d$ défini *a priori*</td><td>Cette part $e_B$ est définie *a priori*, et les travailleurs l'utilisent à acheter des marchandises de valeur réaffectée $\hat{p}$<br>$\upsilon.d$ défini après la transformation</td></tr>
<tr><td colspan="2">r et $\hat{p}$ uniques<br>(à un scalaire près) quand :</td></tr>
<tr><td>$d$ est donné<br>r = $f_{d^*}$ (e)</td><td>$y$ est donné<br>r = $f_{y^*}$ (e)</td></tr>
<tr><td>$r$ varie selon la structure de la consommation ouvrière<br><br>$r$ ne varie pas selon la structure de la production</td><td>$r$ varie selon la structure de la production<br><br>$r$ ne varie pas selon la structure de la production</td></tr>
<tr><td colspan="2">Si le numéraire est choisi tel que<br>Σ prix = Σ valeurs</td></tr>
<tr><td>Σ profits ≠ Σ plus-values<br>(sauf si $y$ = $\hat{y}$ ($d$*))<br>mais :<br>Σ valeurs des emplois du profit = Σ plus-values</td><td>Σ salaires ≠ Σ valeurs consommées<br>(sauf si $d$ = $\hat{d}$ ($y$*))<br>mais :<br>Σ profits = Σ plus-values</td></tr>
</table>

Dans le capitalisme contemporain, caractérisé par une liaison étroite – pour des raisons de « réalisabilité » des gains de productivité – entre la substitution des machines aux hommes dans la production, et l'extension aux travailleurs de la « société de consommation » (phénomène que A. Gramsci a appelé le « fordisme »), les structures des vecteurs *y* et *d* sont intimement liées par des processus dynamiques complexes[41] où joue à fond la dialectique :

$$\begin{tikzcd} \mathrm{e} \arrow[r] & \mathrm{w} \arrow[d] \\ \mathrm{w} \arrow[u] & d \arrow[l] \end{tikzcd}$$

Dans ces conditions, il est utile de savoir jouer alternativement du système A et du système B.

Mais on entre ici dans le domaine de la dynamique du capitalisme, où se posent les problèmes autrement graves des tendances contradictoires du taux de profit, des crises de réalisation, de l'inflation... Problèmes essentiels sur lesquels se sont penchés en priorité Marx et ses principaux successeurs, quitte à laisser de côté le petit exercice technique que P. Samuelson n'a peut-être pas eu tort, finalement, d'appeler le « soi-disant problème de la transformation ».

**NOTES**

* Cet article est une version légèrement condensée d'un article à paraître dans le *Journal of Economic Theory* n° 1, 1982 (cité dans le cours du texte comme *JET*).

(**) Le signe ⊗ désigne le produit tensoriel ($d \otimes l$ est une fois covariant et une fois contravariant). Concrètement, le résultat est le produit de Kronecker du calcul matriciel.

(1) Déjà en 1899 (!), Antonio LABRIOLA devait répondre à ce type de critique (« A propos de la crise du marxisme », [9]).

(2) Voir en particulier son *Marx's economics* [12]. Je ne cherche nullement à oblitérer la mémoire des travaux de Medio, Meek, Okishio, Seton, Sweezy, Roubine, Winternitz, etc. (pour un *survey*, voir [3] et [15]). Il s'agit simplement de fixer un point de repère assez largement connu. En ce qui concerne M. Morishima lui-même, ses travaux ultérieurs (en termes de chaînes de Markov) n'apporteront pas de contribution *économique* nouvelle par rapport à la problématique qui sera ici présentée.

(3) Voir [15], p. 421.

(4) Je pense en particulier à SALAMA [14] et YAFFÉ [16].

(5) Je pense ici à C. BENETTI et J. CARTELIER [3].

(6) Le résumé extrêmement succinct qui va suivre soulève une foule de problèmes conceptuels, longuement analysés (texte de Marx à l'appui) dans mon livre [10]. Il s'agit seulement ici d'examiner les conditions du passage au formalisme algébrique de la « transformation».

(7) Les vecteurs $y$ (et les formes linéaires ou covecteurs $u$) sont représentés par des lettres en italiques, ou des vecteurs-colonnes à droite (respectivement : des vecteurs-lignes à gauche) des opérateurs.

(8) Par « opération productive représentative », on entend l'opération de productivité normale, résumée par la donnée d'une technique où sont énumérés les moyens de production requis et le temps de travail nécessaire à leur opération. Voir AGLIETTA [1] et LIPIETZ [10].

(9) Remarquons bien que $\upsilon$ et $l$ sont de même « substance » : du « travail abstrait» (ce sont des covecteurs). $\upsilon$ une fois calculée, on peut « renormaliser » la matrice A en choisissant pour unité de chaque valeur d'usage la quantité de valeur unité. Les coefficients $a^i_j$ sont alors des scalaires purs (et non des unités de $i$ par unité de $j$).

(10) Je pense à C. Benetti, J. Cartelier et J. Fradin. Voir par exemple C. BENETTI, «La genèse de la théorie de la reproduction-circulation de la valeur » [4], § 24.

(11) Voir LIPIETZ [10].

(12) Voir DUMÉNIL [5].

(13) Voir MARX [11], livre I, chap. X.

(14) Soit *m* le n-uple [$m_j$], $m_j$ étant la quantité de main-d'œuvre qu'il faut acheter pour produire l'unité de *j*. On voit que ces n-uples sont des formes linéaires sur les *y*. Un tenseur une fois covariant et une fois contravariant le transforme en covecteur *l*. La différence entre *m* et *l* est qualitative (l'une mesure *y* en quantité de main-d'œuvre utilisée, l'autre en travail vivant incorporé) et peut-être quantitative (si on mesure les *mj* en jours ouvrés et les $l_j$ en heures travaillées, par exemple). Le tenseur T s'explicite en une matrice carrée de forme ε λ I (I la matrice unité). Si ε et λ ne sont pas les mêmes dans les différentes industries, alors on a : $T^i_j = \varepsilon_i \lambda_i \delta^i_j$ ($\delta^i_j = 1$ si $i = j$ et 0 pour tout autre couple *i*, *j*).

(15) L'essentiel des critiques de C. BENETTI et J. CARTELIER [3] à la solution du type Morishima tourne autour de cette idée. Cependant, au lieu de poser l'existence de ce tenseur, les auteurs refusent tout simplement d'affronter le rapport entre l'espace des valeurs et l'espace des « prix-quantité ». Il est pourtant légitime, les choses étant bien posées, d'utiliser le travail commandé (ici : *wm*) comme «indice » du travail abstrait incorporé ( *l* ). C'est ce que fait Marx tout au long du livre III (voir la note 31).

(l6) Voir [11], t. VI, p. 191.

(17) *Ibid.*, p. 196.

(18) Pour introduire un capital fixe, se reporter à [12], etc. De même, je supposerai toujours les matrices indécomposables.

(19) Sur tout ceci, voir MARX [11], livre III, chap. IX, en particulier p.177sq.

(20) Voir [8], t. II, chap. XIII.

(21) Ces résultats sont assez connus, pour une démonstration complète, voir par exemple mon article dans JET.

(22) $\hat{p}$ et $\hat{y}$ sont définis à un scalaire près.

(23) Voici le schéma de la démonstration de J. Roemer. A un vecteur de consommation total *D* satisfaisant la contrainte sur w correspond, par Perron-Frobenius, un système de prix de production *p* (le salaire étant pris pour numéraire). A

ce système $p$ correspond (par les fonctions de préférence) une consommation totale $D'$. Celle-ci est réduite par homothétie à $D''$ satisfaisant la contrainte sur w. L'application $D \rightarrow D''$ est continue sur un compact convexe. D'après le théorème du point fixe de Brouwer, il existe $D = D''$.

(24) dét $[\mu I - M] = 0$.

(25) Rappelons que $l$ désigne des quantités de travail abstrait nécessaire à la production des biens. Ces quantités peuvent être fournies en $\varepsilon\lambda l$ jours de travail salariés!

(26) On admet que la production ne baisse que de 1 % quand la durée de la journée de travail baisse de 2%. D'autre part, en temps de Dickens ou même de jack London, l'intensité du travail pâtissait du mauvais état physique des travailleurs. Mais dans les métropoles occidentales, on n'en est plus là!

(27) Comme le reconnaît volontiers P. SAMUELSON ([15], p. 422), dont on s'étonne qu'il ait alors accepté la transformation à partir d'un panier de biens physiquement donné !

(28) Considération décisive pour la compréhension de la forme inflationniste de la crise actuelle. Voir [1], [2], [10].

(29) Le principal mérite de la découverte de cette solution nouvelle revient à G. DUMÉNIL qui en dégagea [7] les deux conditions fondamentales : définir w à partir de e et non de $d$, opérer la péréquation sur le produit net. Son argumentation s'appuie sur une profonde compréhension de l'articulation conceptuelle du Capital [5]. Cependant j'assume la responsabilité de la présentation qui suit, plus conforme à ma démarche [10], ainsi que de la nécessité et de la démonstration du théorème présenté dans le paragraphe suivant.

(30) En tout état de cause, la « marchandise force de travail » ne peut être, quoi qu'en dise P. Samuelson, assimilée au produit de la « branche 0 », car, dans les entreprises de cette branche, le travail (celui de la femme) serait compté pour rien, et «l'entrepreneur » vendrait le produit sans percevoir de profit. Il en irait autrement si les travailleurs vivaient dans des pensions de famille capitalistes, mais alors le prix de la force de travail serait $p_0 = (l + r)\ (p.\ d + p_0\ l_0)$, $l_0$ représentant le travail fourni par les employés des pensions.

(31) Ici nous devons formuler une seconde critique à la plupart des « transformateurs». La discussion tourne en effet sur le respect des « égalités marxiennes », « somme des prix : somme des valeurs, etc. », sans même poser la question: « Somme des prix *de quoi* ? » Pourtant MARX avait fait observer qu'on ne peut espérer, en agrégeant n'importe quels prix, retrouver ses égalités : « En appliquant ce calcul à la totalité du produit social, il faut faire des rectifications de façon que, sur le plan de la société tout entière, le profit contenu par exemple dans le prix du lin ne puisse figurer deux fois :

comme fraction du prix de la toile de lin et en même temps comme part de profit du producteur de lin » [11, 1. III, vol. VI, p. 177].

Aujourd'hui, grâce au livre II et aux travaux de Léontieff, nous pouvons sans peine opérer ces « rectifications ».

(32) « Le travail commandé » est un concept bâtard de l'économie classique (A. Smith et D. Ricardo), repris explicitement par K. MARX dans les *Théories sur la plus-value,* et implicitement dans le livre III du Capital. Il désigne la valeur de la main-d'œuvre achetée, fonctionnant comme indice de la valeur du travail fourni. Autrement dit, c'est le capital variable V dans la mesure où il peut servir d'indice de V + PL, c'est-à-dire que w et le tenseur T sont sous-entendus. Par exemple, lorsqu'il note C/V la composition organique du capital (dans le livre III), Marx indique explicitement que V n'est que l'indice de V + PL. D'où la perplexité des commentateurs qui ne voient pas en quoi la hausse de la composition organique entraînerait nécessairement la baisse du taux de profit. Si l'on comprend bien (ce que Marx dit!) que la « hausse de la composition organique » est en fait celle de $\frac{C}{V+PL}$, on voit facilement qu'alors le taux de profit tend uniformément (c'est-à-dire quelle que soit l'évolution de $\frac{PL}{V}$) vers 0 (sur le «travail commandé » et ses pièges, voir [4] et [10]).

(33) La quantité de travail abstrait incorporé directement à $j$ est $l_j$ ; celle qui est incorporée directement à ses moyens de production est : $lA_j$ ; aux moyens de production de ces moyens de production : $l[A^2]_j$, etc. Comme T est unitaire, on obtient le travail commandé en multipliant par $w$.

(34) La série en $H_2^{'}$ converge vers la matrice inverse en $H_2^{''}$ dans le disque de convergence $\gamma < 1 + R$ ($\frac{1}{1+R}$ dominante de A), ce qui est le cas, on le vérifiera, dès que les travailleurs consomment quelque chose, la matrice A elle-même étant contractante (voir [8]).

(35) On voit que pour que r soit positif il faut et il suffit que w soit inférieur à 1, ou e positif. On retrouve ici le résultat du « théorème marxien fondamental » d'Okishio-Morishima, dans un autre système.

(36) Naturellement, ces coefficients « techniques » $a_j^i$ et $l_j$ matérialisent des rapports sociaux : parcellisation du travail, taylorisme, fordisme, etc. Par « technique » j'entends seulement que ces coefficients sont donnés avant les conditions de l'extorsion de plus-value, avant la donnée de T, e, w, et surtout (c'est la différence essentielle avec la solution de Morishima) indépendamment de *d*.

(37 ) Dans la transformation approximative de Marx, où l'on a : $r = \frac{\Sigma PL_i}{\Sigma(C_1 + V_i)}$, les compositions organiques sont à évaluer en valeur. C'est ici le seul endroit où se concrétisent les conséquences de cette approximation.

(38) Transposer le calcul en [6] ou voir la démonstration dans mon article du JET.

(39) En voici un autre, que je ne développerai pas ici car il suppose la, levée de l'hypothèse d'indécomposabilité de la matrice sociotechnique, ce qui rallongerait encore cet article. On sait que s'il existe une section de productions non fondamentales (biens de luxe), le taux de profit est déterminé, dans la solution A, par la seule sous-économie des biens fondamentaux. Ce résultat choque des marxistes : le taux de profit général ne serait donc pas influencé par la plus-value produite dans cette « section III»? Implicite à cette critique, on trouverait sans doute l'intuition que, si la section III a une faible composition organique, il suffirait d'augmenter la part de travail salarié affecté à cette section pour augmenter le taux de profit général. Cette intuition repose sur l'apparence d'une totale indétermination de la structure de la production totale *y*. Or cette apparence est trompeuse. La production de la section III doit être réalisée, et – mis à part l'autoconsommation des capitalistes de cette section – elle l'est au titre des emplois de la plus-value des autres sections. Par exemple, en reproduction simple, la valeur du capital engagé dans la « section III » doit être égale à la plus-value produite dans les deux sections fondamentales (démonstration immédiate). La solution A nous donne directement cette loi que, une fois donnée la consommation ouvrière *d*, quelle que soit la structure de production *y*, pourvu qu'elle respecte la contrainte de pleine réalisation, le taux de profit reste constant. Ce joli résultat ne mérite pas d'être négligé.

(40) jugement subjectif, naturellement : G. Duménil trouve ce résultat à ce point étrange qu'il l'aurait incité à s'orienter vers la solution B.

(41) Ces mécanismes sont au cœur de ce que j'appelle « la régulation monopoliste de l'accumulation intensive » (voir [10]).

*Janvier 1979.*
*CEPREMAP.*

*Post-scriptum.* – Un grand avantage de la nouvelle solution est qu'elle rend particulièrement aisée l'extension au cas du capital fixe et de la rente, et plus généralement à toute réallocation quelconque de la plus-value (voir A. Lipietz, Nouvelle solution au problème de la transformation : le cas du capital fixe et de la rente, *Recherches économiques de Louvain,* n° 4, 1979.

**BIBLIOGRAPHIE**


[1] M. AGLIETTA, *Régulation et crises du capitalisme. L'expérience des Etats-Unis,* Calmann-Lévy, Paris, 1976.

[2] J. P. BENASSY, R. BOYER, R. M. GELPI, A. LIPIETZ, J. MISTRAL, J. MUNOZ, C. OMINAMI, *Approches de l'inflation : l'exemple français,* Paris, Publication CEPREMAP, 1977.

[3] C. BENETTI, C. BERTHOMIEU, J. CARTELIER, *Economie classique, Economie vulgaire,* Grenoble, PUG-Maspero, 1975.

[4] C. BENETTI *et al., Marx et l'économie politique. Essais sur les « Théories de la plus-value »,* Grenoble, PUG-Maspero, 1977.

[5] G. DUMÉNIL, *Le concept de loi économique dans « Le Capital », Paris,* F. Maspero, 1978.

[6] G. DUMÉNIL, C. Roy, « Pour une approche fonctionnelle du théorème marxien fondamental d'Okishio-Morishima », cette livraison de la revue.

[7] G. DUMÉNIL, De la valeur aux prix de production, *Economica,* 1980.

[8] F. R. GANTMACHER, *Théorie des matrices,* Paris, Dunod, 1968.

[9] A. LABRIOLA, *Essais sur la conception matérialiste de L'histoire,* London-Paris, Gordon and Breach, 1970.

[10] A. LIPIETZ, *Crise et inflation : Pourquoi* ?, F. Maspero, 1979.

[11] K. MARX, *Le Capital,* Paris, Ed. Sociales (livre III, t. I : 1969).

[12] M. MORISHIMA, *Marx's economics. A dual theory of value and growth,* Cambridge, Cambridge University Press, 1973.

[13] J. ROEMER, Marxian models of reproduction and accumulation, *Cambridge Journal of Economics,* 1978, 2, p.37-53, London, Academic Press.

[14] P. SALAMA, *Sur la valeur. Eléments pour une critique,* Paris, F. Maspero, 1975.

[15] P. A. SAMUELSON, Understanding the Marxian Notion of Exploitation : A Summary of the So-Called Transformation Problem Between Marxian Values and Competitive Prices, *Journal of Economic Litterature,* June 1971, IX, p. 399-431.

[16] D. YAFFE, Valeur et prix de production dans *Le Capital* de Marx, *Critiques de l'Economie politique,* n° 20, avril-juin 1975, F. Maspero.